

## Solution des énigmes du numéro précédent

**Juin 2009**

### Feuille pliée

L'épaisseur d'une feuille de papier est d'environ 0,1 mm. Si on la plie en deux, l'épaisseur obtenue est bien sûr de 0,2 mm. Si on plie deux fois 0,4 mm. Et ainsi de suite... Imaginons que ce soit possible et qu'on dispose d'une feuille d'une grandeur suffisante, combien de fois faudrait-il plier la feuille pour dépasser la hauteur de la tour Eiffel (300 m) ?

#### **Réponse :**

Deux solutions... en calculant courageusement

Les résultats sont donnés dans le tableau ci-dessous...

Dans la colonne n, le nombre de plis ;

Dans la colonne k, le nombre d'épaisseur de papier ;

Et dans la colonne h, l'épaisseur de la pile de papier.

n (plis)	k	h (m)
0		0,0001
1	2	0,0002
2	4	0,0004
3	8	0,0008
4	16	0,0016
5	32	0,0032
6	64	0,0064
7	128	0,0128
8	256	0,0256
9	512	0,0512
10	1024	0,1024
11	2048	0,2048
12	4096	0,4096
13	8192	0,8192
14	16384	1,6384
15	32768	3,2768
16	65536	6,5536
17	131072	13,1072
18	262144	26,2144
19	524288	52,4288
20	1048576	104,8576
21	2097152	209,7152
22	4194304	419,4304

En pliant 22 fois, on dépasse déjà les 400 m... Largement suffisant pour dépasser la tour Eiffel...

Impressionnant non ? Si le résultat est aussi petit, c'est parce que le phénomène obéit aux lois des « exposants ». La croissance est dite exponentielle.

Ce résultat est théorique bien-sûr, la réalisation pratique d'une telle opération est inimaginable...

Autre solution pour les matheux... (élèves de 6<sup>e</sup>)

Si n est le nombre de plis, la hauteur à dépasser est de 330 m environ. Arrondissons à 400 m.

Une mise en équation donne

$$h = 0.1 * 10^{-3} \text{ m} * 2^n$$

$$\text{d'où } 0.1 * 10^{-3} \text{ m} * 2^n > 400$$

$$2^n > 400 / 10^{-4}$$

$$\begin{aligned}2^n &> 4 * 10^6 \\ \log 2^n &> \log 4 * 10^6 \\ n \log 2 &> \log 4 + 6 \\ n &> (\log 4 + 6) / \log 2 \\ &= > 21.65 \\ n &= 22\end{aligned}$$

En pliant 22 fois, on obtient une hauteur de 419 m soit largement suffisante pour dépasser la hauteur de la Tour.

### Vrai ou faux ?

Tout est vrai !

### Suite logique

1  
1 1  
2 1  
1 2 1 1  
1 1 1 2 2 1  
3 1 2 2 1 1  
1 3 1 1 2 2 2 1  
? ? ...

*Quelle est la ligne suivante ?*

Chaque ligne est composée en lisant la précédente et en indiquant successivement le nombre de chiffre et le chiffre lu.

Ainsi pour compléter la ligne suivante : ...

**Un** chiffre « un », **un** chiffre « trois », **deux** chiffres « un », **trois** chiffres « deux », **un** chiffre « un »

On écrit donc...

1 1 1 3 2 1 3 2 1 1

Et ainsi de suite...

L'énigme est un peu surprenante car elle est construite d'une manière qui n'est pas vraiment mathématique. Elle ne fait appel à aucun calcul !

---